מרובע חסום במעגל ועוד –קיץ 2016 מועד ב' שאלה 4 – רות ליטווק

הנושא הנלמד: שאלת סיכום לנושא פרופורציה במעגל.

כיתה: כיתה י'.

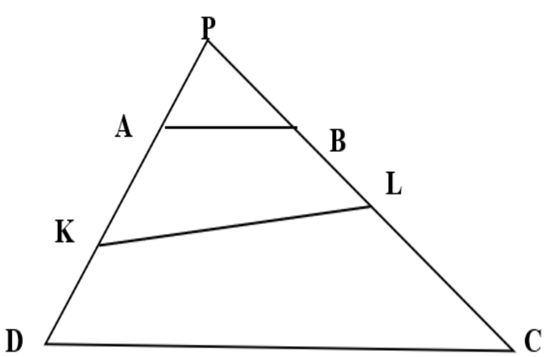
ידע נדרש: קווים מקבילים, משפט תלס, מרובע בר חסימה במעגל, יחס הדמיון במשולשים דומים.

ידע נרכש: שילוב הנושאים הנלמדים בעבר עם הנושא החדש, משפט תלס מיושם בבעיות משולבות במעגל.

דגשים / מטרות: שימוש במשפט תלס, יחס השטחים של משולשים דומים שווה ליחס הדמיון בריבוע.

מערך דידאקטי: התלמידים פותרים את הבעיה בזוגות, לצד כל משימה יש גם רמזים / שאלות מנחות לפתרונה. בסופו של התרגיל התלמידים יקבלו משימה שבה עליהם לענות על שאלה דומה לשאלה שהתבקשו לפתור ולהציגה בפני הכיתה.

בעיית המטרה



נתון משולש ΔPDC.

הנקודה B ו L– מונחות על הצלע PC.

הנקודות A ו – K מונחות על הצלע PD, כמתואר בציור.

נתון כי המרובע $ABLK$ הוא בר חסימה במעגל

וגם המרובע $KLCD$ הוא בר חסימה במעגל.

א. הוכיחו : $AB||DC$

ב. נתון :

$PB =$ 4 ס"מ , $PA =$ 3 ס"מ

שטח המשולש ABP הוא S סמ"ר.

שטח המשולש $ABCD$ הוא $24S$ סמ"ר.

האם אפשר לחסום במעגל את המרובע $ABCD$? נמקו.

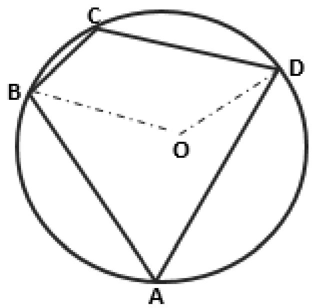
ג. מצאו את אורך הצלע PD.

ד. נתון גם : $BL =$ 5 ס"מ.

היעזרו בדמיון משולשים והביעו באמצעות S את שטח המרובע $KLCD$.

במידת הצורך פתרו את הבעיות במדרגה *1*

מדרגה 1



1.1 הוכיחו את המשפט :

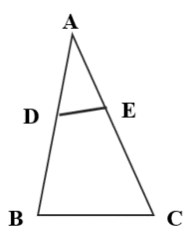
במרובע החסום במעגל, סכום כל שתי זוויות נגדיות שווה ל - $180°$.

1.2 הראו בשתי דרכים שונות :

מדוע מרובע $ABCD$ אינו בר חסימה ?

פתרתם את הבעיות במדרגה *1* ? חזרו לבעיית המטרה, או,
במידת הצורך, פתרו את הבעיות במדרגה 2

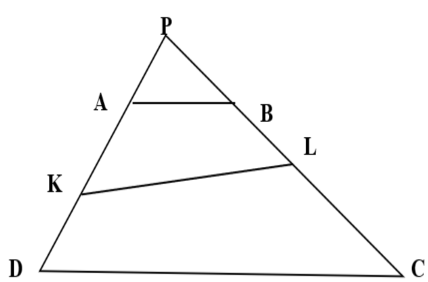
מדרגה 2



2.1 הנקודות D ו - E נמצאות על הצלעות AB ו - AC של משולש ABC,

כך שמתקיים $\measuredangle ADE = \measuredangle ACB$

הוכיחו: כי מרובע $DECB$ ניתן לחסימה במעגל.



2.2 א. לפתרון סעיף א:

סמנו $\measuredangle B=\alpha$ והראו כי $AB||DC$.

2.2 ב. לפתרון סעיף ב:

הניחו שמרובע $ABCD$ בר חסימה. לאיזה סתירה תגיעו ?

מה המסקנה ?

2.2 ג. לפתרון סעיף ג:

הראו כי $\Delta DPC \sim \Delta APB$

השתמשו במשפט: במשולשים דומים, יחס השטחים שווה ליחס הדמיון בריבוע.

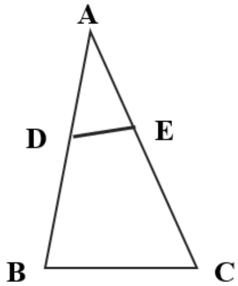
מצאו את DP.

2.2 ד. לפתרון סעיף ד:

השתמשו בחיסור שטחים למציאת S_{KLCD}.

אחרי שפתרתם את הבעיות במדרגה 2, פתרו את בעיית המטרה, או,
במידת הצורך, פתרו את הבעיות במדרגה 3

מדרגה 3



3.1 הנקודות D ו – E נמצאות על הצלעות AB ו – AC של משולש ABC

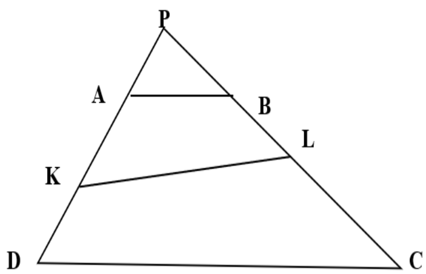
כך שמתקיים $\measuredangle ADE = \measuredangle ACB$

הוכיחו כי מרובע $DECB$ ניתן לחסימה במעגל.

רמז 1 – סכום זוויות צמודות $180°$.

רמז 2 – במרובע בר חסימה במעגל סכום הזוויות הנגדיות שווה ל – $180°$.

3.2 א. לפתרון סעיף א :



סמנו $\measuredangle ABC = \alpha$. מצאו את $\measuredangle PCD$. מה המסקנה ?

3.2 ב. לפתרון סעיף ב :

השתמשו במשפט תלס: שני ישרים מקבילים החותכים חוצי זווית מקצים על חוצה הזווית קטעים פרופורציונלים.

מצאו את היחס $\frac{AD}{BC}$. מה המסקנה ?

האם ניתן לומר על מרובע ABCD שהוא טרפז שווה שוקיים ?

כתבו את המסקנה!

3.2 ג. לפתרון סעיף ג:

הראו כי $\Delta DPC \sim \Delta APB$ (עפ"י משפט חפיפה ז.ז.)

בטאו את שטח המשולש PDC בעזרת S.

השתמשו במשפט: במשולשים דומים יחס השטחים שווה ליחס הדמיון בריבוע

מצאו את DP.

3.2 ד. לפתרון סעיף ד :

הראו כי $\Delta KPL \sim \Delta BPA$.

השתמשו במשפט : במשולשים דומים יחס השטחים שווה ליחס הדמיון בריבוע

חשבו $S_{\Delta KPL} = ?$

השתמשו בחיסור שטחים למציאת S_{KLCD}.

אחרי שפתרתם את הבעיות במדרגה 3 פתרו את בעיית המטרה