



פונקציית מנה, ערך מוחלט, ואינטגרל לפי זיהוי פונקציה וכפל בנגזרתה -

חורף 2017 שאלון 806 - ענת רוזן

הנושא הנלמד:	חשבון דפרנציאלי, חקירת פונקצית מנה.
שלב בלמידה:	במסגרת לימוד חשבון דפרנציאלי בכיתה י', ההמלצה היא לאפשר התמודדות עם משימה זו ללא סעיף ה' בשאלה (הנושא יילמד בכיתה יא) כסיכום נושא חקירת פונקצית מנה.
ידע נדרש:	הידע הנדרש הינו חקירת פונקציית מנה ומיומנויות אלגבריות.
ידע נרכש:	מעבר לתרגול נוסף בנושא עמו מתמודד תלמיד לאורך מספר רב של שיעורים וכסיכום נושא המאפשר הבנה רחבה יותר, התלמיד לומד להתמודד עם שאלת בגרות. בהתמודדות מסוג זה ניתן להפחית חששות לקראת בחינת הבגרות ואף ליצור תחושת בטחון.
דגשים / מטרות:	מטרת הפעלת המשימה היא לאפשר לתלמידים להתמודד עם שאלת סיכום ולבחון את ידיעותיהם בכל שלב של המשימה. הפעלת המשימה הינה בקבוצות מוגדרות מראש כך שהפעלה תאפשר שיח חשוב בין התלמידים. על התלמידים לעבוד בשיתוף פעולה מלא תוך הבנת כל השלבים במשימה.
אפיון דירוג:	מדובר בדרוג על פי שכבות. על התלמידים להתמודד עם משימה מורכבת ע"י פתרון בעיות קטנות יותר בדרך לפתרון מלא.
מערך דידיאקטי:	יש לחלק את הכיתה לקבוצות לימוד הטרוגניות, המונות לא יותר מארבעה תלמידים, כך שכל תלמיד יקבל את הכרטיסיה המתאימה לו. לכל סעיף בשאלה ישנן כרטיסיות המיועדות לתלמידים מתקשים ולתלמידים מתקדמים. יש למנות אחראי קבוצה המנהל את עבודת התלמידים, כלומר התלמיד יכריז על הסעיף עליו עובדים ויבדוק האם נדרשים הסברים נוספים או אם יש תלמיד שזקוק לתמיכה נוספת.
	על התלמידים להתמודד תחילה לבד בכל סעיף. התלמידים לא ימשיכו לסעיף הבא ללא שיח ביניהם על הפתרון של כל סעיף.



בעיית המטרה

נתונה פונקציה $f(x) = \frac{ax^2+4x}{x^2+3x+b}$. a ו- b הם פרמטרים.

נתון: $x = 1$, $y = 1$ הן אסימפטוטות של הפונקציה.

א. מצאו את a ואת b .

ב. 1. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

2. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

3. האם יש לפונקציה אסימפטוטות נוספות המאונכות לצירים

(מלבד $x = 1$ ו- $y = 1$)? הסבירו.

4. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. עבור אילו ערכי x מתקיים: $|f(x)| = -f(x)$? נמקו

ה. נגדיר $g(x) = f^2(x) \cdot f'(x)$.

הראו כי השטח המוגבל על ידי ציר ה- x , על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הישר $x = 0.5$ הוא $\frac{1}{3}$.
נמקו את תשובתכם.

במידת הצורך פתרו את הבעיות במדרגה 7



מדרגה 1

- א. מצאו את a ואת b .
- ב. 1. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה (הדרכה: פרקו לגורמים את המונה ואת המכנה).
2. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
3. האם יש לפונקציה אסימפטוטות נוספות המאונכות לצירים
(מלבד $x = 1$ ו- $y = 1$)? הסבירו
4. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה (הדרכה: העזרו בסעיפים 1-4).
- ד. עבור אילו ערכי x מתקיים: $|f(x)| = -f(x)$? נמקו
- ה. נגדיר $g(x) = f^2(x) \cdot f'(x)$.
הראו כי השטח המוגבל על ידי ציר ה- x , על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הישר $x = 0.5$ הוא $\frac{1}{3}$.
נמקו את תשובתכם.
הדרכה: מהי הנגזרת של הפונקציה $f^3(x)$?

פתרתם את הבעיות במדרגה 1? חזרו לבעיית המטרה, או
במידת הצורך, פתרו את הבעיות במדרגה 2



מדרגה 2

א. מצאו את a ואת b .

1. מהן האסימפטוטות המקבילות לצירים בדוגמאות הבאות:

$$y = \frac{2x^2+3}{x^2-4}$$
$$y = \frac{x^2-4}{(x-2)(x+3)}$$

2. על פי הדוגמאות בסעיף א 1 מצאו את a ואת b .

ב. 1. פרקו לגורמים את המונה ואת המכנה.

2. מצאו את תחום ההגדרה.

3. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

4. האם יש לפונקציה אסימפטוטות נוספות המאונכות לצירים

(מלבד $x = 1$ ו- $y = 1$)? הסבירו

5. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה)

6. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

1. במערכת צירים סמנו את האסימפטוטות שמצאתם בסעיף ב.4.

2. סמנו את נקודת החיתוך שמצאתם בסעיף ב.3.

3. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה. היעזרו בסעיף ב.6.

ד. עבור אילו ערכי x מתקיים: $|f(x)| = -f(x)$? נמקו

1. מגדירים פונקציה חדשה $m(x) = |f(x)|$

א. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $m(x)$ באותה מערכת צירים מהסעיף הקודם.

ב. האם לפונקציה נקודת מינימום? אם כן מהי?

2. מגדירים פונקציה חדשה $n(x) = -f(x)$

א. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $n(x)$ באותה מערכת צירים.

ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $n(x)$?

3. עבור אילו ערכי x מתקיים: $|f(x)| = -f(x)$? נמקו.

ה. נגדיר $g(x) = f^2(x) \cdot f'(x)$.

1. נגדיר פונקציה חדשה $g(x) = f^2(x) \cdot f'(x)$

מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה?

2. הראו כי השטח המוגבל על ידי ציר ה- x , על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הישר $x = 0.5$ הוא $\frac{1}{3}$.
נמקו את תשובתכם.

א. היעזרו בסעיף הקודם בכדי לסרטט סקיצה של הפונקציה בתחום הנתון.

ב. מהי הנגזרת של הפונקציה $f^3(x)$?