

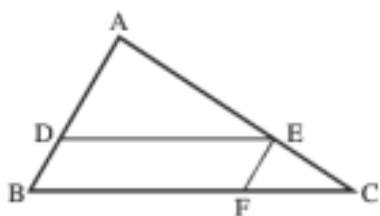
שטחים בתוך משולש – אורית כהן ניסן, נוגה חנני, ניצן אייזנשטרק

<p>הוכחות גיאומטריות המתבססות על דמיון משולשים ויחסי צלעות ושטחים.</p> <p>י' או י"א</p>	<p>הנושא הנלמד:</p> <p>כיתה:</p>
<p>המשימה מציגה אפשרויות שונות לפתרון של השאלה המסוימת עם נגיעה לתחומי דעת שונים ועם אפשרות להתאמה לשכבות גיל שונות ולהטרוגניות של הכיתה הלומדת.</p>	<p>אבחון המשימה:</p>
<p>ניתן להעביר את המטלה לכיתה י' – נושאי הרקע הנדרשים: נדרש דמיון משולשים – כל הנושא, שטחי מצולעים ולא נשתמש בתוספת ידע של טריגונומטריה.</p> <p>כיתה יא' – נושאי רקע נדרשים: דמיון משולשים – כל הנושא, שטחי מצולעים וכאן נוכל להשתמש בתוספת ידע של טריגונומטריה.</p>	<p>ידע נדרש:</p>
<p>העמקה בנושא דמיון משולשים וקשרים בין גבהים, שטחים, סכום שטחים. כל התלמידים יתנסו בפתרון השאלה בדירוג משתנה.</p>	<p>דגשים / מטרות:</p>
<p>אוסף משימות קטנות המובילות לפתרון השאלה דרך חקר.</p> <p>עבודה ברביעיות, כל התלמידים יתמודדו עם פתרון המשימה בדרכי פתרון מדורגות.</p> <p>תלמידים בכיתה י"א, המוגדרים ברמת העמקה גבוהה, יקבלו אפשרות נוספת לפתרון בתחום מתמטי אחר, טריגונומטריה.</p>	<p>מבנה המשימה:</p> <p>מערך דידיאקטי:</p>

בעיית המטרה

שאלה מבני גורן חלק ב2 עמוד 678 תרגיל 4

(הערה: שאלה כמעט זהה הייתה במבחן בגרות, טופס 806, קיץ תשע"א, 2011, מועד א', שאלה 4)



בתוך משולש ABC חסומה מקבילית $BDEF$ כמתואר בציור.

נתון ששטח המשולש ADE הוא S_1 ושטח המשולש EFC הוא S_2 .

- הביעו באמצעות S_1 ו- S_2 את היחס $\frac{BF}{FC}$. נמק.
- הוכיחו ששטח המקבילית $BDEF$ הוא $2\sqrt{S_1 \times S_2}$.

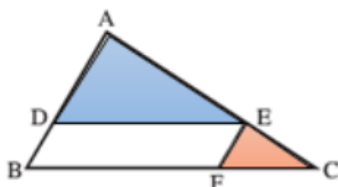
במידת הצורך פתרו את הבעיות במדרגה I

מדרגה 1

1.1 א. הוכיחו את המשפט: יחס הגבהים במשולשים דומים הוא כיחס הצלעות המתאימות.

1.1 ב. הוכיחו את המשפט: יחס השטחים במשולשים דומים הוא כריבוע יחס הצלעות המתאימות.

1.1 ג. קשרו בין המשפט הראשון והשני.



1.2 השתמשו במשפט שהוכחתם במשימה 1 ופתרו את הסעיף הראשון בשאלה הבאה:

בתוך משולש ABC חסומה מקבילית $BDEF$ כמתואר בציור.

נתון ששטח המשולש ADE הוא S_1 ושטח המשולש EFC הוא S_2 .

א. הביעו באמצעות S_1 ו- S_2 את היחס $\frac{BF}{FC}$. נמקו.

1.3 השתמשו במידע שמצאתם בסעיפים 1 ו-2 ובתשובתכם לסעיף א' בכדי להביע את שטח המקבילית $DEFB$ באמצעות S_1 ו- S_2 בלבד והוכיחו את סעיף ב' של השאלה, השתמשו בפתרון גיאומטרי.

ב. הוכיחו ששטח המקבילית $BDEF$ הוא $2\sqrt{S_1 \times S_2}$.

1. סכמו את העקרונות המתמטיים שעל פיהם פעלתם לאורך הפתרון.
2. מהם הגורמים החשובים בראייה של דרך הפתרון בה פעלתם?

1.4 1. הוכיחו את נוסחת שטח המשולש: $S_{ADE} = \frac{DE^2 \sin \angle ADE \sin \angle AED}{2 \sin \angle A}$

2. הביעו את S_1 ואת S_2 באמצעות המשפט הנ"ל וצלעות DE ו- FC .

3. בודדו צלעות אלו מביטויי השטח.

4. הוכיחו כי שטח מקבילית הוא מכפלת צלעות סמוכות בסינוס הזווית שביניהן.

5. השתמשו בסעיפים 3-4 על מנת להוכיח:

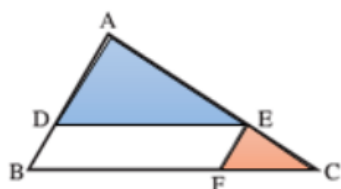
ב. הוכיחו ששטח המקבילית $BDEF$ הוא: $2\sqrt{S_1 \times S_2}$.

פתרתם את הבעיות במדרגה 1? חזרו לבעיית המטרה, או,

במידת הצורך, פתרו את הבעיות במדרגה 2

מדרגה 2

- 2.1 א. הוכיחו את המשפט: יחס הגבהים במשולשים דומים הוא כיחס הצלעות המתאימות.
 ב. הוכיחו את המשפט: יחס השטחים במשולשים דומים הוא כריבוע יחס הצלעות המתאימות.
 ג. קשרו בין המשפט הראשון והשני.



2.2 השתמשו במשפט שהוכחתם במשימה 1 ופתרו את הסעיף הראשון בשאלה הבאה:

בתוך משולש ABC חסומה מקבילית $BDEF$ כמתואר בציור. נתון ששטח המשולש ADE הוא S_1 ושטח המשולש EFC הוא S_2 .

א. הביעו באמצעות S_1 ו- S_2 את היחס $\frac{BF}{FC}$. נמקו.

2.3 1. הורידו את הגבהים הבאים: h_1 - גובה לצלע DE במשולש ADE .

h_2 - גובה לצלע FC במשולש EFC . h_3 - גובה לצלע BC במשולש ABC .

2. מהו הקשר בין שלושת הגבהים הללו?

3. מהו הקשר בין שלושת המשולשים ABC , ADE , EFC ?

2.4 1. השתמשו בקשר בין הגבהים שמצאתם במשימה 3 והביעו את היחס שמצאתם בסעיף א' של השאלה באמצעות הגבהים h_2 ו- h_3 .

2. מצאו ביטוי לשטח המקבילית S_{DEFB} .

3. הביעו את h_3 באמצעות היחס שמצאתם בסעיף א' ו- h_2 .

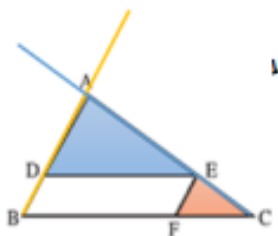
4. קשרו בין שני הביטויים בסעיפים ב' ו-ג' כדי להוכיח את סעיף ב'.

ב. הוכיחו ששטח המקבילית $BDEF$ הוא: $2\sqrt{S_1 \times S_2}$.

5. סכמו את העקרונות המתמטיים שעל פיהם פעלתם לאורך הפתרון המוצע

6. מהם הגורמים החשובים בראייה של דרך הפתרון המוצעת?

7. המשכנו את הצלעות AB ו- AC כמתואר בשרטוט, האם תוכלו ליישם את דרך הפתרון המוצעת גם משני הקודקודים האחרים של המשולש?



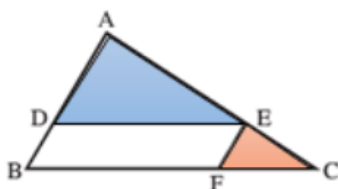
אחרי שפתרתם את הבעיות במדרגה 2, פתרו את בעיית המטרה, או, במידת הצורך, פתרו את הבעיות במדרגה 3

מדרגה 3

3.1 מצאו קשר בין שני המשפטים הבאים:

גבהים מתאימים במשולשים דומים מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון שבין המשולשים.		$BK \perp AC, EG \perp DF,$ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ \Downarrow $\frac{BK}{EG} = \frac{AB}{DE}$
שטחים של משולשים דומים מתייחסים זה לזה כמו ריבוע יחס הדמיון שבין המשולשים.		$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ \Downarrow $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2$

3.2 השתמשו במשפטים ממשימה 1 ופתרו את הסעיף הראשון בשאלה הבאה:



בתוך משולש ABC חסומה מקבילית $BDEF$ כמתואר בציור. נתון ששטח המשולש ADE הוא S_1 ושטח המשולש EFC הוא S_2 .

א. הביעו באמצעות S_1 ו- S_2 את היחס $\frac{BF}{FC}$. נמקו.

3.3 במשימות הבאות נמצא קשרים בשאלה הנתונה:

1. הורידו את גבהים הבאים: h_1 – גובה לצלע DE במשולש ADE , h_2 – גובה לצלע FC במשולש EFC , h_3 – גובה לצלע BC במשולש ABC .
2. מהו הקשר בין שלושת הגבהים הללו?
3. מהו הקשר בין שלושת המשולשים ABC , ADE , EFC ?

3.4 1. השתמשו בקשר בין הגבהים שמצאתם במשימה 3 והביעו את היחס מסעיף א' של השאלה באמצעות הגבהים h_2 ו- h_3 .

2. השתמשו בקשר בין הגבהים שמצאתם במשימה 3 והביעו את יחס הדמיון של המשולשים ABC ו- ADE באמצעות הגבהים h_1 ו- h_2 .

3. הביעו את יחס השטחים: $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}}$ באמצעות השטחים S_1 , S_2 ושטח המקבילית S_{DEFB} .

4. הביעו את יחס השטחים: $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}}$ באמצעות הגבהים h_1 ו- h_2 .

5. השוו בין שני הביטויים בסעיפים 3 ו-4.

3.5 השתמשו במידע שמצאתם במשימה 4 בכדי לענות על סעיף ב' של השאלה.

ב. הוכיחו ששטח המקבילית $BDEF$ הוא: $2\sqrt{S_1 \times S_2}$.

1. סכמו את העקרונות המתמטיים שעל מיהם פעלתם לאורך הפתרון המוצע במשימות.
2. מהם הגורמים החשובים בראייה של דרך הפתרון המוצעת?