

הסתברות – בוחרים מטבעות מתוך שקים

בעיית המטרה

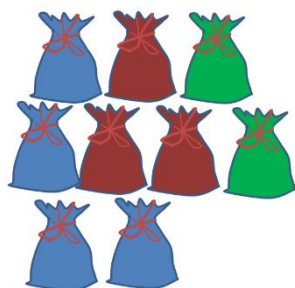
תשעה שקים מלאים, כל אחד במספר גדול מאד וזהה של מטבעות. בכל שק מטבעות משני סוגים: זהב וכסף.

בין תשעת השקים: שניים ירוקים, שלושה אדומים וארבעה כחולים.

בכל שק ירוק יש 10% מטבעות זהב, השאר הם מטבעות כסף.

בכל שק אדום יש 18% מטבעות זהב, השאר הם מטבעות כסף.

בכל שק כחול יש 20% מטבעות זהב, השאר הם מטבעות כסף.



א. בוחרים שלושה מטבעות באופן הבא: ראשית בוחרים שק, ואז מוציאים ממנו שלושה מטבעות.

(1) מהי ההסתברות שנבחרו שלושה מטבעות זהב?

(2) מהי ההסתברות שנבחר מטבע זהב אחד בדיוק?

(3) מהי ההסתברות שנבחר לפחות מטבע זהב אחד?

(4) ידוע שנבחר מטבע זהב אחד בדיוק. מהי ההסתברות שהוא נבחר מהשק האדום?

ב. בוחרים שלושה מטבעות, לא בהכרח כולם מאותו השק.

כלומר: בתהליך הבחירה, עבור בחירת כל מטבע, בוחרים מחדש מאיזה שק להוציאו.

(1) מהי ההסתברות לבחור שלושה מטבעות זהב?

(2) מהי ההסתברות שנבחר מטבע זהב אחד בדיוק?

(3) מהי ההסתברות שנבחר לפחות מטבע זהב אחד?

(4) ידוע שנבחר מטבע זהב אחד בדיוק. מהי ההסתברות שהוא נבחר מהשק האדום?

ג. התאימו "סיפור" (תהליך בחירה, או שאלה) לכל אחד מהחישובים הבאים:

$$(1) \frac{2}{9} \cdot 3 \cdot 0.9 \cdot 0.1^2 + \frac{3}{9} \cdot 3 \cdot 0.82 \cdot 0.18^2 + \frac{4}{9} \cdot 3 \cdot 0.8 \cdot 0.2^2$$

$$(2) 3 \left(\frac{2}{9} \cdot 0.1 + \frac{3}{9} \cdot 0.18 + \frac{4}{9} \cdot 0.2 \right)^2 \cdot \left(\frac{2}{9} \cdot 0.9 + \frac{3}{9} \cdot 0.82 + \frac{4}{9} \cdot 0.8 \right)$$

$$(3) \frac{2}{9} \cdot 0.9 \cdot 0.1^2$$

$$3 \cdot \frac{4}{9} \cdot 0.82 \cdot 0.18^2$$

$$(4) \frac{3 \cdot \frac{4}{9} \cdot 0.82 \cdot 0.18^2}{3 \left(\frac{2}{9} \cdot 0.9 \cdot 0.1^2 + \frac{3}{9} \cdot 0.82 \cdot 0.18^2 + \frac{4}{9} \cdot 0.8 \cdot 0.2^2 \right)}$$

במידת הצורך פתרו את הבעיות במדרגה 1

מדרגה 1

בשלושה שקים, ירוק, אדום וכחול, מלאים בהרבה מאד מטבעות יש מטבעות זהב ומטבעות כסף. כמות המטבעות אשר בשק האדום זהה לכמות המטבעות שבשקים האחרים - הירוק והכחול.

בשק הירוק יש 10% מטבעות זהב, השאר הם מטבעות כסף.

בשק האדום יש 18% מטבעות זהב, השאר הם מטבעות כסף.

בשק הכחול יש 20% מטבעות זהב, השאר הם מטבעות כסף.



1.1 בוחרים שק אחד מהשלושה ולאחר מכן בוחרים שלושה מטבעות מאותו השק.

1.1.1 א. מהי ההסתברות שנבחרו שלושה מטבעות זהב?

1.1.1 ב. מהי ההסתברות שנבחרו בדיוק מטבע זהב אחד?

1.1.1 ג. מהי ההסתברות שנבחרו לפחות מטבע זהב אחד?

1.1.1 ד. ידוע שנבחרו בדיוק שלושה מטבעות זהב. מהי ההסתברות שהם נבחרו מהשק האדום?

1.2 בוחרים שלושה מטבעות, לאו דווקא משק אחד.

1.2.1 א. מהי ההסתברות לבחור שלושה מטבעות זהב?

1.2.1 ב. מהי ההסתברות לבחור בדיוק מטבע זהב אחד?

1.2.1 ג. מהי ההסתברות לבחור לפחות מטבע זהב אחד?

1.2.1 ד. ידוע שנבחרו בדיוק שלושה מטבעות זהב. מהי ההסתברות שהם נבחרו מהשק האדום?

1.3 התאימו "סיפור" (או שאלה) לכל אחד מהחישובים הבאים:

1.3.1 א. $3(0.18 \cdot 0.82^2)$

1.3.1 ב. $1 - 0.2^3$

1.3.1 ג. $\frac{1}{3}(3 \cdot 0.1 \cdot 0.9^2 + 3 \cdot 0.18 \cdot 0.82^2 + 3 \cdot 0.2 \cdot 0.8^2)$

1.3.1 ד. $3 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 0.1 + \frac{1}{3} \cdot 0.18 + \frac{1}{3} \cdot 0.2\right) \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 0.9 + \frac{1}{3} \cdot 0.82 + \frac{1}{3} \cdot 0.8\right)^2$

1.3.1 ה. $3 \cdot (0.16 \cdot 0.84^2)$

1.3.1 ו. $\frac{3 \cdot 0.18 \cdot 0.82^2}{\frac{1}{3}(3 \cdot 0.1 \cdot 0.9^2 + 3 \cdot 0.18 \cdot 0.82^2 + 3 \cdot 0.2 \cdot 0.8^2)}$

פתרתם את הבעיות במדרגה 1? חזרו לבעיית המטרה, או, במידת הצורך, פתרו את הבעיות במדרגה 2

מדרגה 2

2.1 בשלושה שקים, ירוק, אדום וכחול, מלאים בהרבה מאד מטבעות יש מטבעות זהב ומטבעות כסף. כמות המטבעות אשר בשק האדום זהה לכמות המטבעות שבשקים האחרים - הירוק והכחול.



בשק הירוק יש 10% מטבעות זהב, השאר הם מטבעות כסף.

בשק האדום יש 18% מטבעות זהב, השאר הם מטבעות כסף.

בשק הכחול יש 20% מטבעות זהב, השאר מטבעות כסף.

2.1 בוחרים שלושה מטבעות מהשק הירוק.

2.1.א. מהי ההסתברות לבחור שלושה מטבעות זהב?

2.1.ב. מהי ההסתברות לבחור בדיוק מטבע זהב אחד?

2.1.ג. מהי ההסתברות לבחור לפחות מטבע זהב אחד?

כיצד משתנות התשובות לשאלות (1) - (3) אם הבחירה היא מהשק האדום?

כנ"ל כאשר הבחירה היא מהשק הכחול.

2.2. בוחרים שלושה מטבעות זהב (הבחירה היא מכלל המטבעות בשלושת השקים).

2.2.א. בוחרים שלושה מטבעות זהב, מה ההסתברות שנבחרו מהשק הירוק?

2.2.ב. בוחרים שלושה מטבעות (לאו דוקא משק אחד). מה ההסתברות שנבחרו שלושה מטבעות זהב?

2.2.ג. ידוע כי נבחרו שלושה מטבעות זהב, מה ההסתברות ששלושתם נבחרו מהשק הירוק?

אחרי שפתרתם את הבעיות במדרגה 2, פתרו את בעיית המטרה, או,

במידת הצורך, פתרו את הבעיות במדרגה 3

מדרגה 3

בשלושה שקים, ירוק, אדום וכחול, מלאים בהרבה מאד מטבעות יש מטבעות זהב ומטבעות כסף. כמות המטבעות אשר בשק האדום זהה לכמות המטבעות שבשקים האחרים - הירוק והכחול.



בשק הירוק יש 10% מטבעות זהב, השאר הם מטבעות כסף.

בשק האדום יש 18% מטבעות זהב, השאר הם מטבעות כסף.

בשק הכחול יש 20% מטבעות זהב, השאר מטבעות כסף.

בוחרים שלושה מטבעות.

התאימו בין השאלות לתשובות

א. $\frac{1}{3}(1 - 0.8^3)$	(1) תחילה בוחרים שק, ולאחר מכן בוחרים שלושה מטבעות מאותו השק, מה ההסתברות לבחור שלושה מטבעות זהב מהשק הירוק?
ב. $(\frac{1}{3} \cdot 0.9 + \frac{1}{3} \cdot 0.82 + \frac{1}{3} \cdot 0.8)^3$	(2) תחילה בוחרים שק, ולאחר מכן בוחרים שלושה מטבעות מאותו השק, מה ההסתברות לבחור מטבע זהב אחד בדיוק מהשק האדום?
ג. $\frac{1}{3} \cdot 0.8^3$	(3) תחילה בוחרים שק, ולאחר מכן בוחרים שלושה מטבעות מאותו השק, מה ההסתברות לבחור שלושה מטבעות כסף מהשק הכחול?
ד. $\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 0.18 \cdot 0.82^2$	(4) תחילה בוחרים שק, ולאחר מכן בוחרים שלושה מטבעות מאותו השק, מה ההסתברות לבחור לפחות מטבע זהב אחד מהשק הכחול?
ה. $\frac{(\frac{1}{3} \cdot 0.8)^3}{(\frac{1}{3} \cdot 0.9 + \frac{1}{3} \cdot 0.82 + \frac{1}{3} \cdot 0.8)^3}$	(5) בוחרים שלושה מטבעות לאו דווקא משק אחד. מה ההסתברות שמכל המטבעות בשלושת השקים נבחרו שלושה מטבעות כסף?
ו. $\frac{1}{3} \cdot 0.1^3$	(6) בוחרים שלושה מטבעות לאו דווקא משק אחד. ידוע שנבחרו בדיוק שלושה מטבעות כסף. מהי ההסתברות שהם נבחרו מהשק הכחול?
ז. $\frac{1}{3} \cdot (1 - 0.2^3)$	(7) תחילה בוחרים שק, ולאחר מכן בוחרים שלושה מטבעות מאותו השק, מה ההסתברות לבחור לפחות מטבע כסף אחד מהשק הכחול?

אחרי שפתרתם את הבעיות במדרגה 3 פתרו את בעיית המטרה