זווית בין שני מישורים

חומר לימוד: זיהוי זווית בין שני מישורים, חישוב זווית ביו שני מישורים בדרכים שונות: בעזרת טריגונומטריה במרחב ובעזרת ווקטורים. המשימה מתאימה לתרגול ויישום הנלמד בטריגונומטריה במרחב ובווקטורים.

כיתה: י"ב

מבנה המשימה: בעית מטרה ושלוש מדרגות. בסוף המשימה ישנה שאלת אתגר. לכל המדרגות יש יישומונים.

ידע קודם:

- הגדרת זווית בין שני מישורים
- משפט שלושת האנכים
- תכונות תיבה
- משוואה כללית של מישור
- חישוב זווית בין מישורים בעזרת ווקטורים
- לשאלת האתגר: פירמידה מרובעת ישרה

מטרות לימודיות:

- פיתוח ראיה מרחבית
- פיתוח היכולת לזהות זווית בין מישורים בעזרת משפט שלושת האנכים
- קישור בין הנושאים: טריגונומטריה במרחב ווקטורים

משימת המטרה: בבעיית המטרה מופיעה תיבה, עם פרמטרים. התלמידים נדרשים לזהות ולחשב זווית בין מישורים, מישור אחד בתוך התיבה ומישור שני – אחת הפאות הצדדיות של התיבה.

מדרגה 1: שתי בעיות: בקובייה – יש לזהות ולחשב את הזווית שנבנית באופן זהה לזווית אשר בבעיית המטרה, בתיבה – יש לזהות ולחשב זווית בין מישור בתוך התיבה לבין פאת הבסיס של התיבה.

מדרגה 2: שתי בעיות אחת בקובייה והשנייה בתיבה. בקובייה יש לזהות ולחשב זווית בין מישור בתוך הקובייה לבין פאת הבסיס. בתיבה השאלה היא מספרית ומכילה הדרכה לגבי זיהוי זווית בין מישורים שעשוי לעזור בפתרון בעיית המטרה.

מדרגה 3: בעיה מספרית בתיבה, ובה הדרכה מפורטת שמובילה לזיהוי זווית בין מישורים שעשוי לעזור בפתרון בעיית המטרה.

שאלת אתגר: אין חובה לפתור את שאלת האתגר (פירמידה).

Interdisciplinary center for Research and Advancement of Giftedness and Excellence
מרכז חמ"ה מרכז לחקר מחוננות והצטיינות
החוג לחינוך מתמטי MathEDept
אוניברסיטת חיפה University of Haifa جامعة حيفا
TRUMP FAMILY FOUNDATION קרן טראמפ

שיטת הוראה:

בכיתה: תלמידים יקבלו את כרטיס המטרה, במידת הצורך יעברו למדרגות השונות, על-פי בחירתם, או על-פי הנחיה מהמורה.

רצוי לקיים דיון כיתתי במהלך השיעור ביחס לזיהוי הזווית הנדרשת בבעיית המטרה. קיים יישומון למורה בו ניתן להיעזר בדיון.

יש לציין כי מציאת הזווית בין מישורים בתיבה, ללא משפט שלושת האנכים, יכולה למעשה להוביל להוכחת המשפט.

שימוש ביישומונים: ישנם יישומונים בכל אחת מהמדרגות.

שיעורי בית: סיום המשימה.

<u>פתרון כרטיס המטרה:</u>

א. בניה: MD מאונך ל-AD_1.

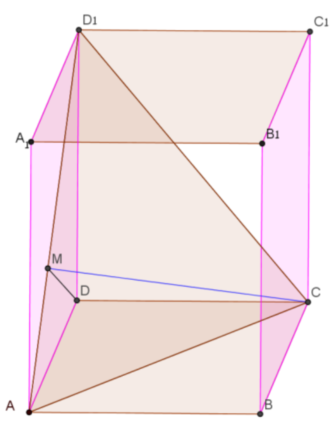
יש להוכיח כי MC מאונך לAD_1 (זאת ניתן להוכיח בעזרת משפט שלושת האנכים):

CM- משופע, CD- אנך למישור ADD_1A_1 , לכן MD היטלו של המשופע על המישור.

AD_1 הוא ישר במישור ADD_1A_1 המאונך להיטלו של משופע (DM) על המישור - מאונך גם למשופע (MC), ולכן AD_1 מאונך ל MC. (<u>ניתן להוכיח גם בדרכים אחרות</u>...)

הזווית בין שני המישורים היא זווית DMC.

ב. הזווית שווה ל: 53.68°



דרך נוספת: בעזרת ווקטורים.

<u>פתרון שאלת האתגר</u>

הזווית בין המישורים היא בת 84.85° - בוחרים את הזווית החדה.

הזווית בין פאות הפירמידה היא בת 95.15°.

אפשר לפתור כך:

1. חישוב גובה ל-AF בפאה AFB.
2. חישוב גובה ל-AF בפאה AFD.
3. משפט הקוסינוסים במשולש שצלעותיו הם שני הגבהים ואלכסון המלבן שהוא בסיס הפירמידה.