

ישר ושתי נקודות – כמה פתרונות?

חומר לימוד:

מרחק נקודה מישר (גיאומטריה אנליטית).

המשימה מתאימה לשימוש באחד משני שלבים בהוראה:

1. במהלך ההוראה של שימוש בנוסחת המרחק בין נקודה לישר. שילוב המשימה בהוראת נושא זה יאפשר הדגשה שבנוסחה המפורשת של ישר לא נכללים הישרים המאונכים לציר ה- x , בנוסחת המרחק לפי משוואה כללית של ישר, נכללת כל משפחת הישרים.
2. לאחר שפגשו גם את משוואת המעגל. שילוב המשימה כאן יהווה תרגול של כל הכלים האנליטיים בנושא ישר ומעגל ויאיר אפשרויות של פתרון בדרכים שונות. יהיה שימוש בחיתוך בין מעגלים, יכול להיות שימוש בהשקה של ישר למעגל כאשר הדיסקרימיננטה שווה אפס, וכמובן שימוש מושכל בנוסחת המרחק של נקודה מישר.

י"ב

כיתה:

בעיית מטרה ושתי בעיות מדרגה. לבעיית המטרה ולמדרגה 1 מצורף יישומון.

מבנה המשימה:

ידע קודם:

- נוסחת המרחק של נקודה מישר.
- בניית בעזרת סרגל ומחוגה.
- תכונות גיאומטריות ומשפטים בנושאים הבאים: שני משיקים למעגל מנקודה שמחוץ לו, רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה, תכונת חוצה זווית כמקום גיאומטרי של נקודות שנמצאות במרחקים שווים משוקי הזווית.

מטרות לימודיות:

- הדגשת חשיבות הבחינה של המצב הגיאומטרי בפתרון שאלות בגיאומטריה אנליטית
- הדגשה כי משוואה כללית של ישר כוללת את כל הישרים לעומת משוואה מפורשת שלא נכללים בה ישרים מאונכים לציר ה- x
- פתרון בדרכים שונות
- שילוב בניית באמצעות סרגל ומחוגה

בעיה מורכבת בה יש למצוא משוואת ישרים העוברים דרך נקודה כללית ומרחקים מנקודה נתונה קבוע.

משימת המטרה:

בעיה פחות מורכבת. נתונות משוואות ישרים והנקודות קבועות.

מדרגה 1:

בעיה פשוטה יותר.

מדרגה 2:

אם עונים על הבעיות המופיעות במדרגות, נוגעים בכל הסוגיות המובילות לפתרון בעית המטרה.



שיטת הוראה:

בכיתה:

עבודה עצמאית או בזוגות. התלמידים עוברים בין בעיית המטרה והמדרגות לפי בחירתם או בהנחית המורה.

הקו המשותף אליו חשוב שיגיעו כולם:

פתרון המשימה באמצעות נוסחת מרחק נקודה מישר והשוואה בין שימוש בנוסחה עבור הצגה של ישר במשוואה כללית לעומת הצגתו במשוואה מפורשת.

שימוש ביישומונים:

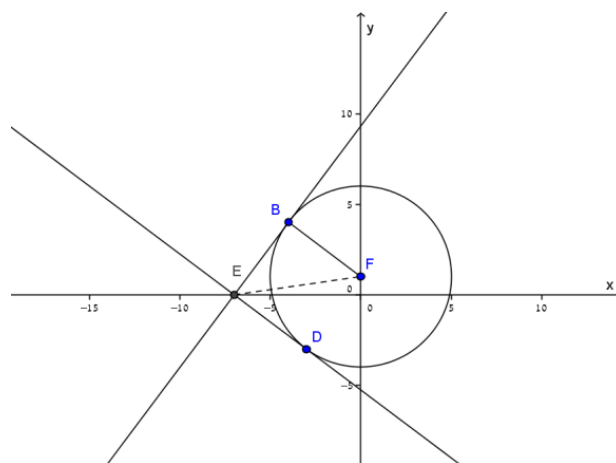
קיים יישומון לבעיית המטרה ומדרגה 1.

שיעורי בית:

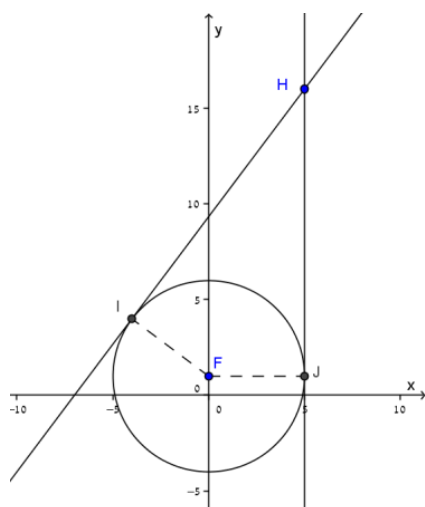
תלמידים שלא סיימו את המשימה בכתה יסיימו כשעורי בית.

להלן סרטוטים שמדגימים את המצבים בכל אחד מסעיפי המשימה:

מקרה א:



מקרה ב:



פתרונות חלקיים:

מקרה א (סרטוט ימני) - משוואות הישרים שעוברים בנקודה $(-7, 0)$ ומרחקם מהנקודה $(0, 1)$ הוא 5 הן:

$$-4x + 3y = 28 \quad , \quad -3x - 4y = 21$$

שלוש דרכים לפתרון:

דרך א - טריגונומטריה: המשולשים EBF ו- EDF הם ישרי זווית. ניתן לחשב את זוויותיהם ולמצוא את הערכים המדויקים של השיפועים של הישרים המבוקשים.

דרך ב - חיתוך בין מעגלים: הנקודות B ו- F הן נקודות חיתוך של מעגל ברדיוס 5 סביב הנקודה $(0, 1)$ ומעגל שקצות קוטרו בנקודות: $(0, 1)$ ו- $(-7, 0)$.

דרך ג - מרחק נקודה מישר: רשמים משוואה של ישר (כללית או מפורשת) שעובר בנקודה $(-7, 0)$. במשוואה יש נעלמים. דורשים שמרחק הישר מהנקודה $(0, 1)$ יהיה 5. מקבלים שני פתרונות, גם כאשר המשוואה של הישר נרשמה בצורתה המפורשת.

מקרה ב (סרטוט שמאלי) - משוואות הישרים שעוברים דרך $(5, 16)$ ומרחקם מהנקודה $(0, 1)$ הוא 5 יחידות הן:

$$-4x + 3y = 28 \quad , \quad x = 5$$