מנת חזקות של בינומים – כיצד זה נראה?

חומר לימוד: חקירה של משפחת הפונקציות הרציונאליות: $f(x)=\frac{(x-a)^n}{(x-b)^m}$, m,n טבעיים גדולים מ-1.
חקירת המשפחה מזמנת פיתוח הבנה של הקשר בין הריבוי של השורש במונה ובמכנה לבין התנהגות הגרף בסביבת הנקודות הרלוונטיות. ממשפחה זו ניתן לעבור לפונקציות אחרות ולהיווכח שהמסקנות נכונות גם עבורן.

כיתה: י"א

מבנה המשימה: בעיית המטרה ושתי מדרגות להן יש יישומון.

ידע קודם:

- זיהוי אסימפטוטות אנכיות ואופקיות
- תחומי חיוביות ושליליות של פונקציה
- מיומנויות חקירה של פונקציה
- נגזרת של מנה ופונקציות מורכבות

מטרות לימודיות:

- בחינת ההשפעה של הריבוי של השורש במונה על צורת המפגש/חיתוך עם ציר ה- x.
- בחינת ההשפעה של הריבוי של השורש במכנה על ההתנהגות משני צידי אסימפטוטה אנכית.
- בחינת ההתנהגות של הגרף ב"אינסופים" – אסימפטוטה אופקית או לא. אפשר להתייחס לעקום אסימפטוטי. במשפחה זו: $f(x)=x^n$, n טבעי.
- טכניקה אלגברית של גזירת מנה בשילוב פונקציה מורכבת בדגש על זיהוי גורמים משותפים והוצאתם מחוץ לסוגריים, לצורך מציאת איפוסי נגזרת.

משימת המטרה: שני חלקים. בחלק א', נתונה טבלה ובה בכל שורה שלוש פונקציות ושני גרפים. יש להתאים בין הפונקציות לגרפים ולהציע סקיצה של גרף לפונקציה השלישית.
בחלק ב', יש לאפיין את הפונקציות במשפחה בהתאם לערכי הפרמטרים.

מדרגה 1: נתונות, רשימה של פונקציות ו רשימה של תכונות. יש למיין את הפונקציות לפי התכונות הנתונות.

מדרגה 2: נתונות חמש פונקציות וחמישה גרפים. יש להתאים בין הפונקציות לגרפים, כאשר התלמיד מכוון לשים לב להתנהגות הפונקציות בסביבת האסימפטוטות ובסביבת נקודת החיתוך עם ציר ה-x.

שיטת הוראה:

בכיתה: עבודה בזוגות או בקבוצות. מתחילים מבעיית המטרה. בשתי המדרגות מגיעים לחקירה מלאה של המשפחה המופיעה בבעיית המטרה.

בדיון מסכם במליאה מומלץ לבקש לשער השערה ביחס לגרפים של פונקציות "מסובכות" יותר, על ידי הכללה של המסקנות.

למשל: $g(x)=\frac{(2-x)^3}{(x-3)^4}$, $h(x)=\frac{(2-x)^3(x-1)^2}{(x+1)^4}$, $k(x)=\frac{x^3(x-1)^2}{(x+1)^4(x-2)^3}$

שימוש ביישומונים: יש יישומונים במדרגות 1 ו-2.

שיעורי בית: סיום המשימה.

הערה: ניתן לבצע את המשימה ללא טכניקה של גזירה וללא מציאת נקודות קיצון.