

**נקודת מפגש התיכונים וחותכים אחרים - הוכחות באמצעות שטחים**

**בעיית המטרה - חותכים דמויי תיכונים - הכללה**

במשולש  $ABC$  הנקודה  $E$  מחלקת את הצלע  $BC$  כך:  $BE/BC = 1/n$ ,

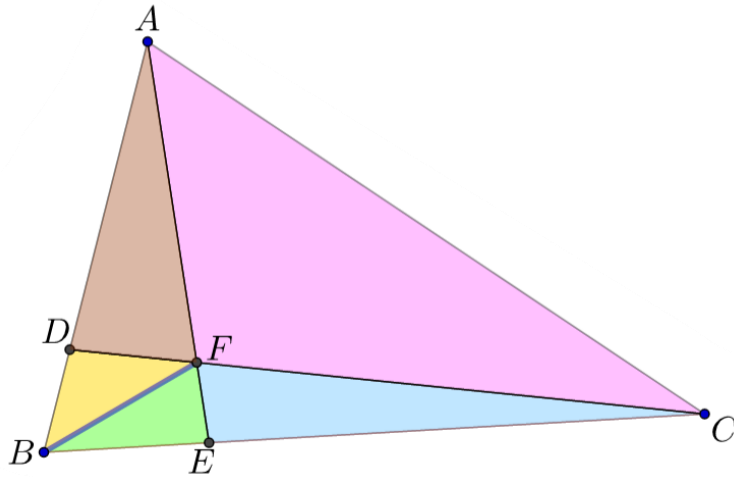
הנקודה  $D$  מחלקת את הצלע  $AB$  כך:  $BD/BA = 1/n$ .

הקטעים  $CD$  ו-  $AE$  נחתכים בנקודה  $F$ .

א. בטאו באמצעות  $n$  את היחס בו מחלקת הנקודה  $F$  את הקטעים  $AE$  ו-  $CD$ .

ב. הוכיחו כי הנקודה  $F$  נמצאת על התיכון מהנקודה  $B$ .

ג. הסיקו מהנ"ל כי: שלושת התיכונים במשולש נפגשים בנקודה אחת ונקודה זו מחלקת כל תיכון ביחס 1:2, כך שהחלק הארוך קרוב לקודקוד.



פתרתם עברו לשאלת האתגר בסוף המשימה.

במידת הצורך פתרו את הבעיות במדרגה 1

מדרגה 1

ענו על הבעיות הבאות:

במשולש  $ABC$  הנקודה  $E$  מחלקת את הצלע  $BC$  כך:  $BE/BC = 1/4$ ,

הנקודה  $D$  מחלקת את הצלע  $AB$  כך:  $BD/BA = 1/4$ .

הקטעים  $CD$  ו-  $AE$  נחתכים בנקודה  $F$ .

1.1 רשמו את היחסים בין השטחים של זוגות המשולשים הבאים:

$ABE$  ו-  $AEC$

$BDC$  ו-  $ADC$

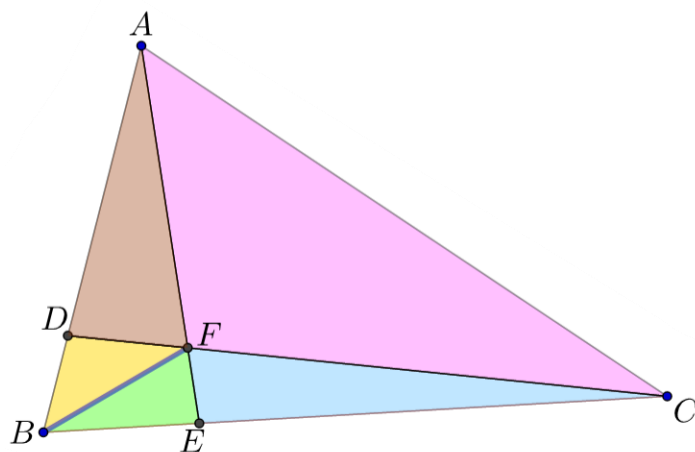
$ADF$  ו-  $DBF$

$BFE$  ו-  $CFE$ .

1.2 חשבו מהו היחס בין שטח המשולש  $AFC$  לבין שטח המשולש  $EFC$ .

1.3 מצאו את היחס בו מחלקת הנקודה  $F$  את הקטעים  $AE$  ו-  $CD$ .

1.4 הוכיחו כי הנקודה  $F$  נמצאת על התיכון מהנקודה  $B$



פתרתם את הבעיות במדרגה 1? חזרו לבעיית המטרה, או, במידת הצורך, פתרו את הבעיות במדרגה 2

מדרגה 2

**פתרו את הבעיה הבאה:**

**חיתכים אחרים דמויי תיכונים (שלישונים)**

במשולש  $ABC$  הנקודה  $E$  מחלקת את הצלע  $BC$  כך:  $BE/BC = 1/3$ ,

הנקודה  $D$  מחלקת את הצלע  $AB$  כך:  $BD/BA = 1/3$ .

הקטעים  $CD$  ו-  $AE$  נחתכים בנקודה  $F$ .

2.1 רשמו את היחסים בין השטחים של זוגות המשולשים הבאים:

$ABE$  ו-  $AEC$

$BDC$  ו-  $ADC$

$ADF$  ו-  $DBF$

$BFE$  ו-  $CFE$ .

סמנו

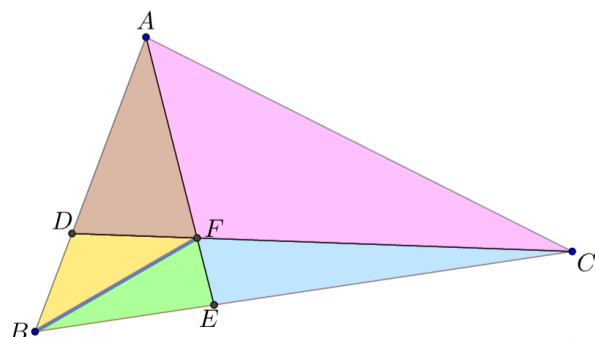
$$S_{BFE} = S_2, S_{BDF} = S_1$$

2.2.א. חשבו מהו היחס בין שטח המשולש  $AFC$  לבין שטח המשולש  $EFC$ .

2.2.ב. מצאו את היחס בו מחלקת הנקודה  $F$  את הקטעים  $AE$  ו-  $CD$ .

2.2.ג. הוכיחו הנקודה  $F$  נמצאת על התיכון מהנקודה  $B$ .

אחרי שפתרתם את הבעיות במדרגה 2, פתרו את בעיית המטרה, או, במידת הצורך, פתרו את הבעיות במדרגה 3



מדרגה 3

פתרו את הבעיה הבאה:

**נקודת מפגש התיכונים:**

במשולש  $ABC$  הקטעים  $AE$  ו- $CD$  הם תיכונים.

התיכונים נחתכים בנקודה  $F$ .

3.1. הסבירו מדוע המשולשים בכל זוג מהבאים שווים בשטחם:

- א.  $ABE$  ו- $AEC$
- ב.  $ADF$  ו- $DBF$
- ג.  $BFE$  ו- $CFE$
- ד.  $BDC$  ו- $ADC$

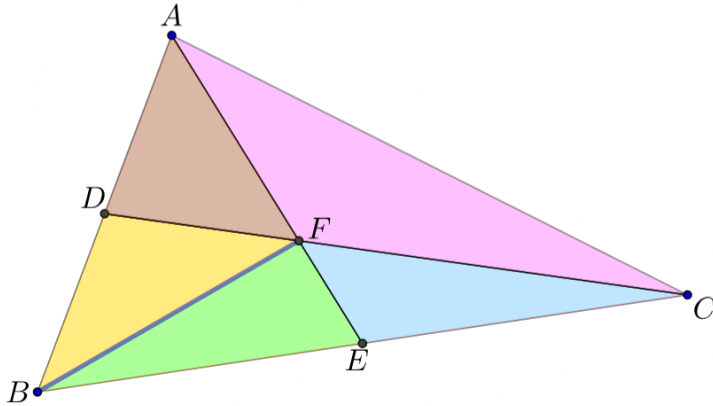
3.2 סמנו:  $S_{BDF} = S_1, S_{BFE} = S_2$

- בטאו את  $S_{AFC}$  באמצעות  $S_1$ .
- בטאו את  $S_{AFC}$  באמצעות  $S_2$ .

3.3 הוכיחו:  $AF:FE = 2:1$ .

3.4 הסיקו את המשפט בדבר מפגש התיכונים:

- נקודת המפגש של כל שני תיכונים מחלקת כל אחד מהם ביחס 2:1, כך שהחלק הארוך קרוב לקודקוד.
- בכל משולש שלושת התיכונים נפגשים בנקודה אחת.



אחרי שפתרתם את הבעיות במדרגה 3 פתרו את בעיית המטרה

**בעיית אתגר - משפט צ'בה (CEVA)**

אם במשולש שלושה קטעים שיוצאים מהקודקודים אל הצלעות שמולם, נחתכים בנקודה אחת, אזי מכפלת היחסים שבין האורכים של הקטעים שנוצרים על כל אחת מהצלעות שווה ל-1,

כלומר: אם במשולש  $ABC$  הקטעים  $AD, BE, CF$

$$\frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1$$

נחתכים בנקודה  $O$  אזי:

