



מרכז מעגל החוסם משולש ומרכז מעגל החסום במשולש

המיקום של מרכז המעגל החוסם משולש שווה שוקיים ושל מרכז מעגל החסום במשולש שווה שוקיים והקשר ביניהם במשולשים שונים

חומר לימוד:

מציאת המרחק בין מרכזי המעגלים לפי זווית בסיס של המשולש ולפי אורך הבסיס.

י"א

כיתה:

בעיית מטרה ושלש מדרגות.

מבנה המשימה:

לכל אחת מהמשימות מצורף יישומון, בעזרתו התלמידים יכולים לבדוק כיצד משתנה המיקום ההדדי של מרכזי המעגלים, בהתאם לשינויים בזוויות הבסיס של המשולש.

ידע קודם:

- תכונות של מרכז מעגל חוסם משולש ומרכז מעגל חסום במשולש.
- הגדרת הפונקציות הטריגונומטריות
- זהויות טריגונומטריות
- ניתן גם להיעזר במשפטי סינוס וקוסינוס

מציאת הביטוי למרחק בין מרכזי המעגלים בהתאם לזוויות המשולש והמיקום של המרכזים – הבחנה בין מצבים שונים

מטרות לימודיות:

שימוש בדוגמאות פרטיות במטרה להגיע להכללה.

גילוי הקשר בין זוויות משולש שווה שוקיים לבין המיקום של מרכזי המעגלים.

משימת המטרה:

שאלה בה מרכז המעגל החוסם נמצא מחוץ למשולש

מדרגה 1:

שאלה בה מרכז המעגל החוסם נמצא קרוב יותר לקודקוד מאשר מרכז המעגל החסום.

מדרגה 2:

שאלה בה נדרשים התלמידים לזהות את האפשרויות השונות למיקום של מרכז המעגל החוסם וביחס למרכז המעגל החסום וביחס למשולש.

מדרגה 3:

שיטת הוראה:

התלמידים יעבדו בזוגות או כיחידים.

בכיתה:

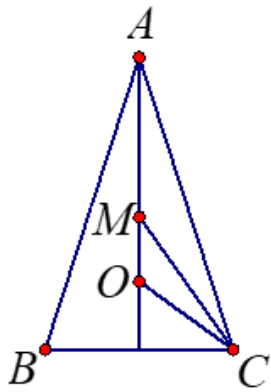
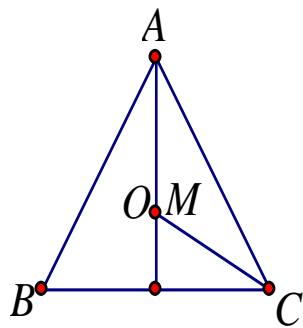
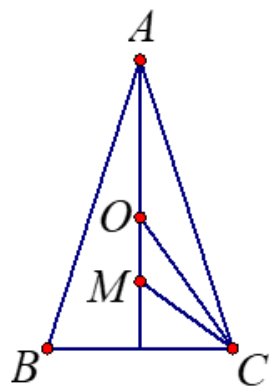
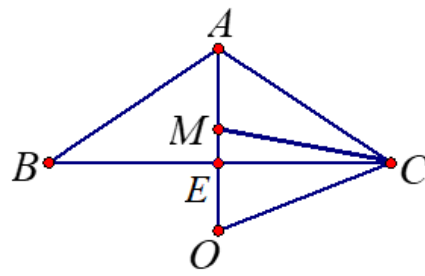
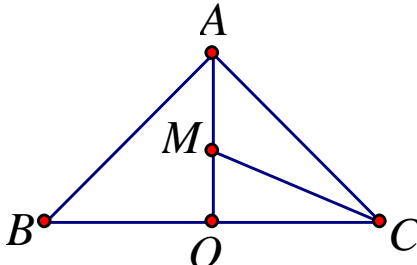
לכל אחת מהמשימות מצורף יישומון, בעזרתו התלמידים יכולים לבדוק את תשובותיהם.

שימוש ביישומונים:

סיום המשימה

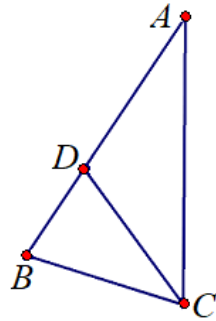
שיעורי בית:

פתרונות לבעיית המטרה

 <p style="text-align: center;">$45^\circ < \alpha < 60^\circ$</p> $OM = \frac{k}{2}(\tan(0.5\alpha) - \tan(2\alpha - 90^\circ))$ <p style="text-align: right;">או</p> $OM = \frac{k}{2}(\tan(90^\circ - 2\alpha) + \tan(0.5\alpha))$ <p style="text-align: right;">או</p> $OM = \frac{k}{2} \left(\frac{\cos(1.5\alpha)}{\sin(2\alpha) \cos(0.5\alpha)} \right)$	 <p style="text-align: center;">$\alpha = 60^\circ$</p> $OM = 0$	 <p style="text-align: center;">$60^\circ < \alpha < 90^\circ$</p> $OM = \frac{k}{2}(\tan(2\alpha - 90^\circ) - \tan(0.5\alpha))$ <p style="text-align: right;">או</p> $OM = -\frac{k}{2}(\tan(90^\circ - 2\alpha) + \tan(0.5\alpha))$ <p style="text-align: right;">או</p> $OM = \frac{k}{2} \left(\frac{-\cos(1.5\alpha)}{\sin(2\alpha) \cos(0.5\alpha)} \right)$
 <p style="text-align: center;">$0^\circ < \alpha < 45^\circ$</p> $OM = \frac{k}{2}(\tan(90^\circ - 2\alpha) + \tan(0.5\alpha))$ <p style="text-align: right;">או</p> $OM = \frac{k}{2} \left(\frac{\cos(1.5\alpha)}{\sin(2\alpha) \cos(0.5\alpha)} \right)$	 <p style="text-align: center;">$\alpha = 45^\circ$</p> $OM = \frac{k}{2} \tan(0.5\alpha)$ $OM = 0.279k$	

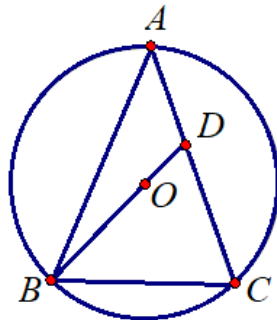
**שאלות נוספות לתרגול מציאת רדיוסים של מעגלים חוסמים וחסומים במשולש
(השאלות לא מופיעות בדפים לתלמיד):**

שאלה 1



המשולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB = AC$),
 CD חוצה זווית של ACB , $CD = k$, $\angle ACB = \alpha$.
 בטאו בעזרת k ו- α את:
 א. רדיוס המעגל החוסם את משולש ABC .
 ב. רדיוס המעגל החוסם במשולש ABC .

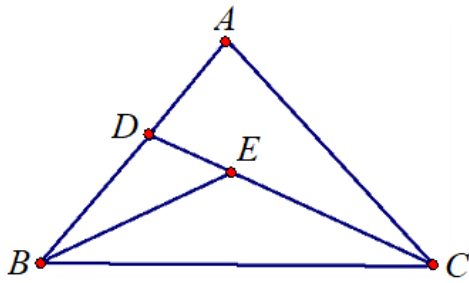
שאלה 2



המשולש ABC הוא שווה שוקיים $AB = AC$.
 O מרכז המעגל החוסם את המשולש.
 המשכו של OB חותך את AC בנקודה D ,
 $\angle BAC = \alpha$, $BD = k$.
 בטאו בעזרת k ו- α את:
 א. רדיוס המעגל החוסם את משולש ABC .
 ב. רדיוס המעגל החוסם במשולש ABC .
 ג. היחס בין רדיוס המעגל החוסם את משולש ABC לבין רדיוס המעגל החוסם בו.



שאלה 3



השאלה (מלבד סעיף ד') לקוחה משאלון 806, חורף תשע"ו

במשולש שווה שוקיים ABC ($AB = AC$)
זווית הבסיס היא 2α .

הנקודה E היא מפגש חוצי זוויות במשולש ABC .

המשך CE חותך את הצלע AB בנקודה D (ראו סרטוט).

נתון: $\angle BAC > 90^\circ$, $\frac{EC}{DE} = \frac{\sqrt{3}}{2 \sin \alpha}$

א. מצאו את α .

ב. מצאו את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את משולש ABC ובין רדיוס המעגל החוסם במשולש ABC .

ג. נתון כי ההפרש בין רדיוס המעגל החוסם את משולש ABC ובין רדיוס המעגל החוסם במשולש ABC הוא 2 ס"מ. מצאו את אורך AE .

ד. מצאו את המרחק בין מרכז המעגל החוסם את משולש ABC לבין מרכז המעגל החוסם במשולש ABC .