

פונקציה לוגריתמית מורכבת, חלק ב'

חומר לימוד:

סרטוט הגרפים של הפונקציות $\ln(f^n(x))$ (n טבעי), כאשר נתון גרף הפונקציה $f(x)$. משימת סיכום המדגישה את תכונות הפונקציה הלוגריתמית. המשימה מתאימה גם כמשימת תרגול לפני בחינת הבגרות.

י"ב

כיתה:

בעיית מטרה, שלוש בעיות מדרגה ובעיית אתגר. לכל אחת מהבעיות מותאמים יישומונים.

מבנה המשימה:

ידע קודם:

- הכרת תכונות הפונקציה $\ln(x)$
- אפיון קשרים בין גרף של פונקציה $f(x)$ לבין הגרפים של הפונקציות $f^n(x)$ עבור n זוגי או אי זוגי
- תכונות של פונקציה כמו: נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות קיצון וסוגן, תחומי עליה וירידה, תחומי חיוביות ושיליליות, נקודות פיתול, אסימפטוטות מקבילות לצירים, התנהגות פונקציה בקצה תחום הגדרה, הזזות של פונקציות.

הערה:

ניתן להקדים לפעילות זו את המשימה "פונקציה לוגריתמית מורכבת חלק א'" העוסקת בקשרים שבין גרף של פונקציה $f(x)$ לבין גרף הפונקציה $\ln(f(x))$.

מטרות לימודיות:

- אפיון קשרים בין גרף של פונקציה $f(x)$ לבין גרף הפונקציה $\ln(f(x))$.
- אפיון קשרים בין גרף של פונקציה $f(x)$ לבין גרף הפונקציה $\ln(f^2(x))$.
- אפיון קשרים בין גרף של פונקציה $f(x)$ לבין גרף הפונקציה $\ln(f^3(x))$.
- הכללה לגבי קשרים בין גרף של פונקציה $f(x)$ לבין גרפים של הפונקציות $\ln(f^n(x))$ עבור n זוגי ו n אי זוגי.
- בדיקת הקשרים בלי הכרח להיעזר בנגזרת, כאשר הביטוי של הפונקציה $f(x)$ לא נתון.
- דיון בשאלה עבור אילו פונקציות הנוסחה $\ln(f^n(x)) = n \cdot \ln(f(x))$ נכונה, לכל n טבעי.

משימת המטרה:

נתון גרף פונקציה $f(x)$ יש לסרטט סקיצות של הגרפים $\ln(f^n(x))$ עבור n זוגי ו- n אי זוגי ולענות על השאלה: האם נכון לטעון כי עבור $f(x)$ הנתונה מתקיימת זהות בין הפונקציות: $\ln(f^n(x))$ ו- $n \cdot \ln(f(x))$, לכל n טבעי?

מדרגה 1:

נתונים שני גרפים של $h(x)$ ו $t(x)$, יש לסרטט את הגרפים של $\ln(h^n(x))$ ו $\ln(t^n(x))$ עבור $n = 1, 2, 3$ ולענות, עבור כל פונקציה, האם הגרף שהתקבל זהה לגרף הנתון.

מדרגה 2:

הפונקציה הנתונה מוגדרת לכל x וללא אסימפטוטות. השאלות זהות לאלו שמופיעות במדרגה 1.

מדרגה 3:

נתונים 3 גרפים של $h(x)$, $f(x)$, $t(x)$ יש למצוא אילו גרפים מבין הגרפים 1-9 הנתונים בטבלה מתאימים ל:

א. $\ln(f^2(x))$ ב. $\ln(f(x))$ ג. $\ln(h(x))$ ד. $\ln(h^2(x))$ ה. $\ln(t(x))$ ו. $\ln(t^2(x))$

**שיטת הוראה:****בכיתה:**

התלמידים יעבדו בזוגות, הם ייחשפו תחילה לבעיית המטרה. תוך כדי העבודה בכיתה המורה ינחה את התלמידים להשתמש בבעיות המדרגה, בהתאם להתקדמותם, בהתאם לקשיים בהם ייתקלו במהלך עבודתם, ו/או בהתאם לבקשת התלמידים.

שימוש ביישומונים:

בכל בעיה ובכל שלב השימוש ביישומונים הוא לצורך בדיקה, לאחר שתלמיד חשב על השאלה, והגיע למסקנות הנדרשות. רצוי שתלמיד יסרטט את הגרפים המבוקשים במחברתו ורק אח"כ יסרטטם ביישומון ויבדוק תשובתו.

כדי לסרטט את הגרפים של $\ln(f^2(x))$, $\ln(f^3(x))$ רצוי שתלמיד יסרטט תחילה במחברתו את הפונקציות $f^2(x)$, $f^3(x)$.

אם תלמיד טעה / או לא ידע, שימוש ביישומונים יכול לעזור לו, אבל חשוב שתלמיד יידע לנמק את תשובותיו לאחר שנעזר ביישומון.

גם תלמידים שפתרו את המשימה במדרגה 1 או 2, רצוי שייחשפו ליישומונים הדינאמיים.

הערה:

אין צורך להיעזר בנגזרות, אלא בתכונה הבאה: הפונקציה $\ln(x)$ היא פונקציה עולה, לכן בתחום בו $f(x)$ עולה ו- $\ln(f(x))$ מוגדרת, גם $\ln(f(x))$ עולה, ובתחום בו $f(x)$ יורדת ו- $\ln(f(x))$ מוגדרת, גם $\ln(f(x))$ יורדת.

סיום המשימה. כל תלמיד ייעזר בבעיות המדרגה בהתאם לצרכיו.

שיעורי בית:**פתרונות לבעיית המטרה, סעיף ג':**

עבור n אי זוגי, הטענה נכונה. עבור n זוגי, הטענה אינה נכונה.

פתרונות לבעיית האתגר:

סעיף ב' - נכון

סעיף ג' - עבור סרטוט א' (מימין): $k = 1$, עבור סרטוט ב' (משמאל): $0 < k < 1$