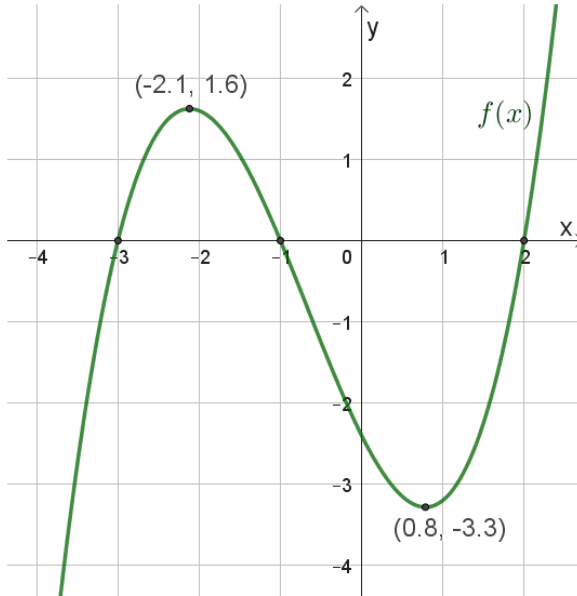


## פונקציה לוגריתמית מורכבת, חלק ב'

### בעיית המטרה



בסרטוט נתון גרף הפונקציה  $f(x)$ .

הפונקציה חותכת את הצירים בנקודות:  $(2, 0)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(-3, 0)$ ,  $(0, -2.4)$ .

נקודות הקיצון של הפונקציה: מקסימום  $(-2.1, 1.6)$

מינימום  $(0.8, -3.3)$

א. סרטוטו סקיצה של הגרפים ממשפחת הפונקציות  $\ln(f^n(x))$ , עבור  $n$  אי זוגי. נמקו תשובתכם.

א. כמה נקודות חיתוך יש לפונקציות ממשפחה זו עם ציר ה- $x$ ?

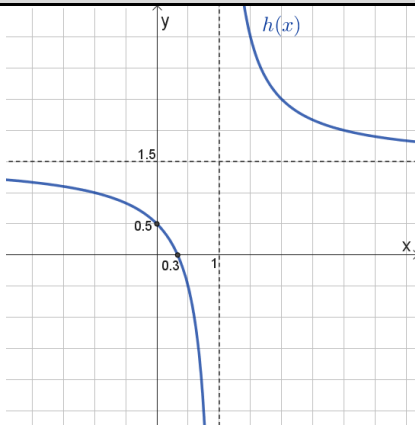
ב. סרטוטו סקיצה של הגרפים ממשפחת הפונקציות  $\ln(f^n(x))$ , עבור  $n$  זוגי. נמקו תשובתכם.

ב. כמה נקודות חיתוך יש לפונקציות ממשפחה זו עם ציר ה- $x$ ?

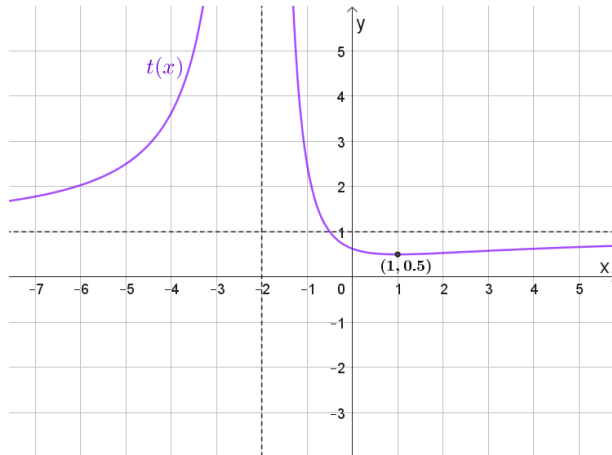
ג. האם נכון לטעון כי עבור  $f(x)$  הנתונה מתקיים ש:  $\ln(f^n(x)) = n \cdot \ln(f(x))$ , לכל  $n$  טבעי? נמקו תשובתכם. תוכלו להיעזר ביישומון המצורף.

פתרתם? תוכלו לעבור לבעיית האתגר.

במידת הצורך פתרו את הבעיות במדרגה 7.

**מדרגה 1**


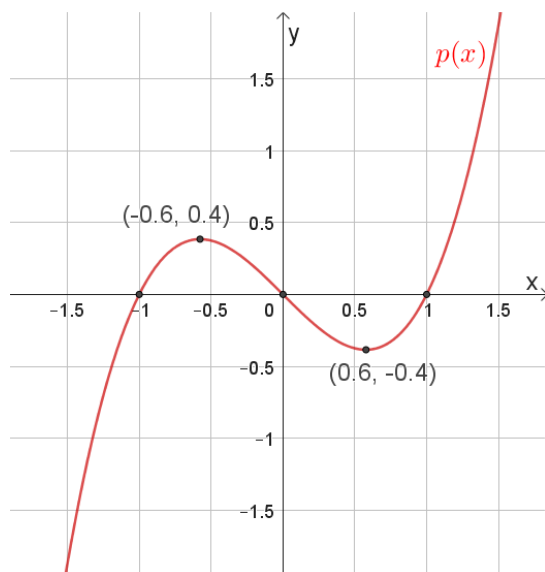
- 1.1. בסרטוט נתון גרף הפונקציה  $h(x)$ , הפונקציה חותכת את הצירים בנקודות:  $(0.3, 0)$ ,  $(0, 0.5)$ . האסימפטוטות המאונכות לצירים הן:  $x = 1$ ,  $y = 1.5$ .
- 1.1. א. סרטטו את הגרפים של הפונקציות:  $\ln(h(x))$ ,  $\ln(h^2(x))$ ,  $\ln(h^3(x))$  במערכות צירים נפרדות. נמקו תשובתכם.
- 1.1. ב. האם נכון לטעון כי עבור  $h(x)$  הנתונה מתקיים ש:  $\ln(h^n(x)) = n \cdot \ln(h(x))$  לכל  $n$  טבעי? נמקו תשובתכם.



- 1.2. בסרטוט נתון גרף הפונקציה  $t(x)$ , הפונקציה חותכת את ציר ה- $y$  בנקודה  $(0, 0.6)$  לפונקציה נקודת מינימום  $(1, 0.5)$  האסימפטוטות המאונכות לצירים הן:  $x = -2$ ,  $y = 1$ .
- 1.2. א. סרטטו את הגרפים של הפונקציות:  $\ln(t(x))$ ,  $\ln(t^2(x))$ ,  $\ln(t^3(x))$  במערכות צירים נפרדות. נמקו תשובתכם.
- 1.2. ב. האם נכון לטעון כי עבור  $t(x)$  הנתונה מתקיים ש:  $\ln(t^n(x)) = n \cdot \ln(t(x))$  לכל  $n$  טבעי? נמקו תשובתכם.

תוכלו להיעזר ביישומון המצורף.

פתרתם את הבעיות במדרגה 1? חזרו לבעיית המטרה, או, במידת הצורך, פתרו את הבעיות במדרגה 2

**מדרגה 2**


2.1 בסרטוט נתון גרף הפונקציה  $p(x)$ ,

הפונקציה חותכת את הצירים בנקודות:  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(-1, 0)$ ,

נקודות הקיצון של הפונקציה הן: מקסימום  $(-0.6, 0.4)$ ,

מינימום  $(0.6, -0.4)$ .

סרטטו את הגרפים של הפונקציות:

$\ln(p^3(x))$ ,  $\ln(p^2(x))$ ,  $\ln(p(x))$  במערכות צירים נפרדות. נמקו תשובתכם.

2.2 האם נכון לטעון כי עבור  $p(x)$  הנתונה מתקיים ש:

$\ln(p^n(x)) = n \cdot \ln(p(x))$ , לכל  $n$  טבעי? נמקו תשובתכם.

תוכלו להיעזר ביישומון המצורף.

אחרי שפתרתם את הבעיות במדרגה 2, פתרו את בעיית המטרה, או,

במידת הצורך, פתרו את הבעיות במדרגה 3

מדרגה 3

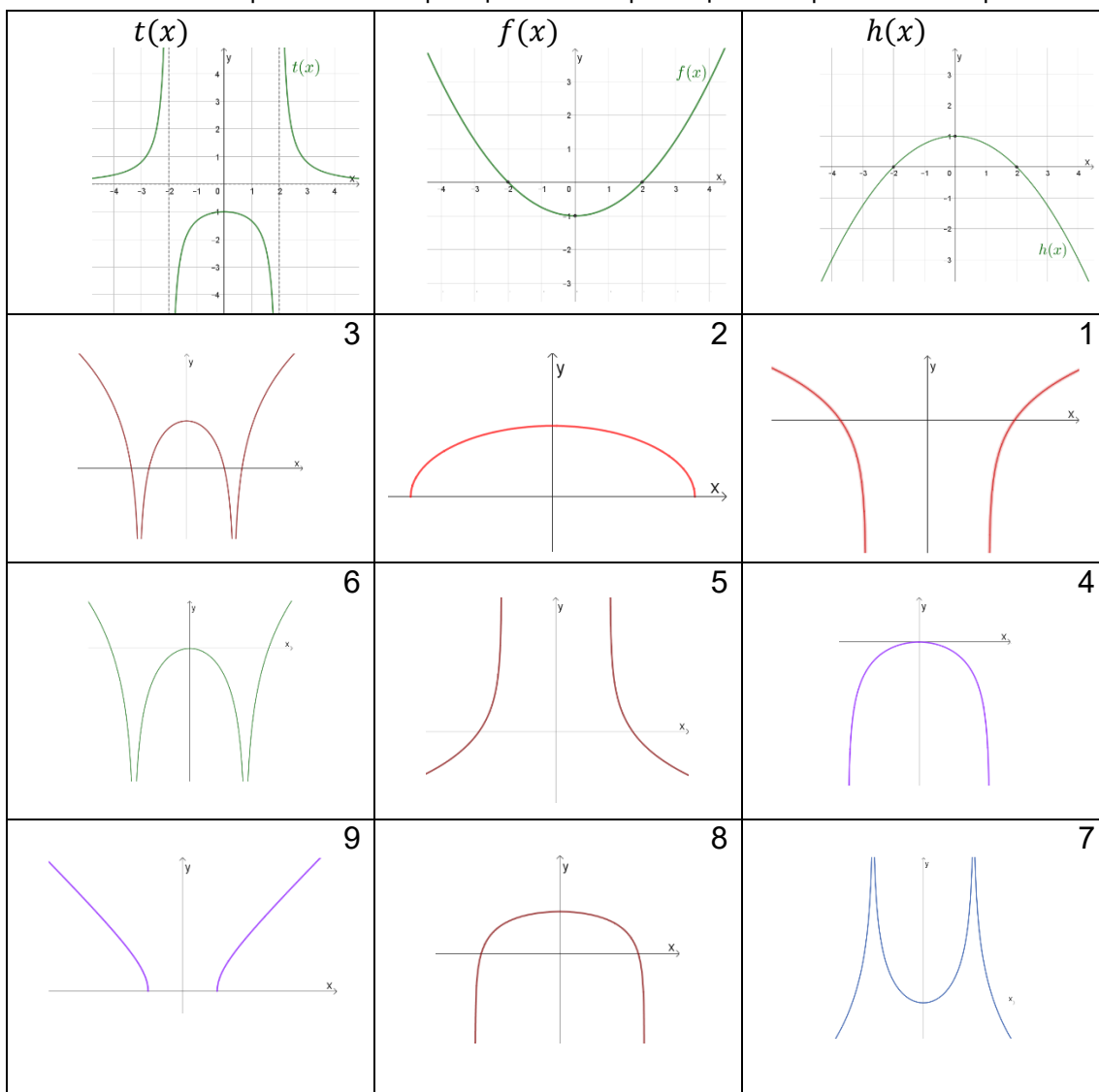
בשורה העליונה בטבלה הבאה נתונים הגרפים של  $t(x)$ ,  $f(x)$ ,  $h(x)$ . מצאו אילו גרפים מבין הגרפים 1-9 הנתונים בהמשך הטבלה מתאימים ל:

ln( $t(x)$ ) .ה.3.1                      ln( $h(x)$ ) .ג.3.1                      ln( $f(x)$ ) .א.3.1

ln( $t^2(x)$ ) .ו.3.1                      ln( $h^2(x)$ ) .ד.3.1                      ln( $f^2(x)$ ) .ב.3.1

נמקו תשובתכם.

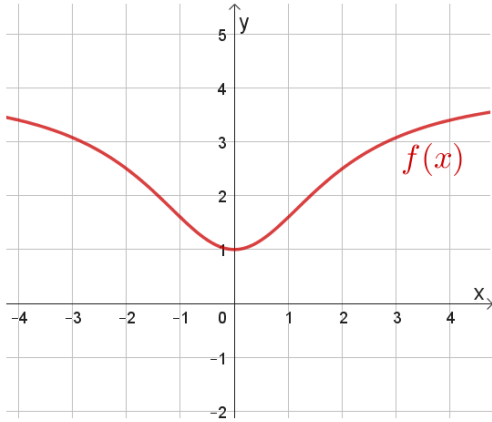
3.2 האם קיימות שתי פונקציות מבין הפונקציות א-ו שהן פונקציות זהות? נמקו תשובתכם.



תוכלו להיעזר ביישומון המצורף.

אחרי שפתרתם את הבעיות במדרגה 3 פתרו את בעיית המטרה

## שאלת אתגר



תחום הגדרה: כל  $x$ ,

נקודות חיתוך עם הצירים:  $(0,1)$

נקודת מינימום:  $(0,1)$

אסימפטוטה אופקית:  $y = 4$

בסרטוט נתון גרף הפונקציה  $f(x)$ .

א. סרטוטו באותה מערכת צירים בצבעים שונים את:

$\ln(f(x))$ ,  $\ln(f^2(x))$ ,  $\ln(f^3(x))$ ,  $\ln(f^4(x))$  נמקו תשובותיכם.

תוכלו לבדוק תשובותיכם בעזרת היישומון המצורף.

ב. האם נכון לטעון כי עבור  $f(x)$  הנתונה מתקיים ש:

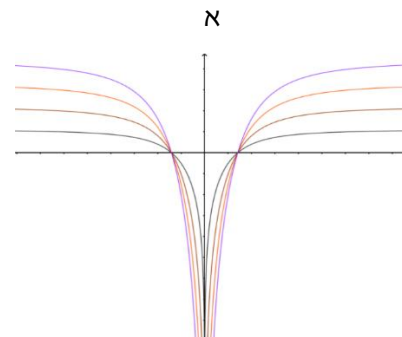
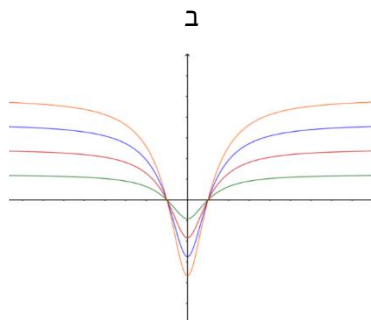
$\ln(f^n(x)) = n \cdot \ln(f(x))$  לכל  $n$  טבעי? נמקו תשובתכם.

ג. נתון כי:  $h(x) = f(x) - k$

בכל אחד מהסרטוטים למטה נתונים הגרפים של:

$\ln(h(x))$ ,  $\ln(h^2(x))$ ,  $\ln(h^3(x))$ ,  $\ln(h^4(x))$  עבור  $k$  מסוים.

מצאו מה יכולים להיות ערכי הפרמטר  $k$  בכל אחד מהסרטוטים. נמקו תשובותיכם. תוכלו לבדוק תשובתכם בעזרת היישומון המצורף.



**הנחיות לשימוש ביישומנים בפעילות זו:****יישומן סטטי:**

- יש לבחור את הפונקציה המתאימה ביישומן (ביישומן לפולינום סטטי - ע"י בחירה של הערך  $m$  בסרגל הגרירה).
- מתוך מחסן הנקודות יש לגרור ולמקם לפחות שבע נקודות מלאות במקומות המתאימים להן ואת הנקודות הריקות (אם יש צורך, סימון נקודות אי רציפות סליקה).
- יש לסמן אסימפטוטות (במידה וישנן) על ידי גרירת הנקודה האדומה שעל הקווים האנכיים/אופקיים (במחסן הנקודות), אל המיקום המתאים.
- יש להיעזר בעיפרון  שבתפריט העליון, ולסרטט את גרף הפונקציה החדשה.
- ניתן לבצע בדיקה רק לאחר מיקום של לפחות שבע נקודות מלאות ובמידת הצורך גם מיקום נקודות ריקות ואסימפטוטות.
- לשינוי המעריך (החזקה) של הפונקציה הלוגריתמית:
  - ביישומן של פולינום סטטי (בעיית מטרה) - ניתן לשנות את הערך של  $m$  בסרגל הגרירה.
  - ביישומן של פרבולה/היפרבולה סטטית (מדרגות 1 ו-2) - כדי לעבור לפונקציה הלוגריתמית הבאה, יש ללחוץ על החץ בתיבה הכחולה, שיופיע בסיום סרטוט תקין.
- למתיחת או כיווץ הצירים, יש לבחור בתפריט העליון את ארבעת החיצים  ולגרור את העכבר על הציר המבוקש. בסיום, כדי להמשיך, יש לבחור בחץ  בתפריט העליון.
- כדי ל"נקות" את היישומן ולהתחיל מחדש יש ללחוץ על הכפתור אתחול או להיעזר בחיצו האתחול  שבפינה הימנית העליונה.

**יישומן דינאמי - פרבולה/היפרבולה דינאמית (מדרגה 3)**

- כדי להציג פרבולה, בחרו את  $h(x)$ :
  - ניתן להזיז את הפרבולה הזזה אופקית ואנכית בעזרת גרירת הנקודה האדומה.
  - ניתן למתוח את הפרבולה ואף להפוך אותה בעזרת גרירת הנקודה הכחולה, על מנת להחליף בין  $h(x) - 1$  ו- $f(x)$
  - לשינוי המעריך (החזקה) של הפונקציה הלוגריתמית, ניתן לשנות את הערך של  $m$  בסרגל הגרירה.
- כדי להציג היפרבולה, בחרו את  $t(x)$ :
  - לא ניתן להזיז את הפונקציה.
  - לשינוי המעריך (החזקה) של הפונקציה הלוגריתמית, ניתן לשנות את הערך של  $m$  בסרגל הגרירה.

## יישומון לבעיית אתגר

### סעיף א

- לשינוי המעריך (החזקה) של הפונקציה הלוגריתמית, ניתן לשנות את הערך של  $n$  בסרגל הגרירה.
- בלחיצת מקש ימני בעכבר, כשהעכבר ממוקם על הגרף של  $\ln(f(x))$  שמופיע ביישומון, יפתח תפריט:



- לחיצה בתפריט על Trace on ואח"כ שינוי הערכים של  $n$  יגרמו לכך שניתן יהיה לראות את אוסף הפונקציות המתקבלות:  $\ln(f(x)), \ln(f^2(x)), \ln(f^3(x)), \ln(f^4(x))$ .

### סעיף ב

- לצורך ניקוי המסך יש להיעזר בחיצו האתחול או בחץ undo שבפינה הימנית העליונה שבתפריט.
- יש לקבוע תחילה את  $k$  בסרגל הגרירה, ואח"כ לשנות את  $n$  בסרגל הגרירה ולבדוק אם התמונה המתקבלת היא זו המבוקשת.