

פעולות על סדרה חשבונית - שתי סדרות

בעיית המטרה

נתונה סדרה חשבונית: $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ שהפרשה הוא d . נתונה סדרה חשבונית נוספת: $b_1, b_2, b_3, b_4, \dots$ שהפרשה הוא p . בונים מהן סדרה חדשה: $(a_1)^2 - (b_1)^2, (a_2)^2 - (b_2)^2, (a_3)^2 - (b_3)^2, \dots$

האם הסדרה החדשה היא בהכרח סדרה חשבונית?

לפניכם השערתו של אייל:

על מנת לשער השערה האם הסדרה החדשה היא חשבונית, אייל בחר שתי סדרות חשבוניות ובדק את איברי הסדרה החדשה. אייל בחר את שתי הסדרות החשבוניות הבאות:

סדרה ראשונה: $\dots, -5, -2, 1, 4, 7, \dots$, סדרה שניה: $\dots, 14, 11, 8, 5, 2, \dots$

הסדרה החדשה: $\dots, 14^2 - (-5)^2, 11^2 - (-2)^2, 8^2 - 1^2, 5^2 - 4^2, 2^2 - 7^2, \dots$

כלומר התקבלה הסדרה: $\dots, -171, -117, -63, -9, 45, \dots$

זו סדרה חשבונית שהפרשה -54 .

לכן ההשערה של אייל היא שהסדרה החדשה: $(a_1)^2 - (b_1)^2, (a_2)^2 - (b_2)^2, (a_3)^2 - (b_3)^2, \dots$ היא סדרה חשבונית.

א. האם ההשערה של אייל נכונה? האם ניתן להוכיח שלכל שתי סדרות חשבוניות $(a_n$ ו $b_n)$ הסדרה החדשה: $(a_1)^2 - (b_1)^2, (a_2)^2 - (b_2)^2, (a_3)^2 - (b_3)^2, \dots$ נמקו תשובתכם.

ב. באילו מקרים מיוחדים הסדרה החדשה תהיה חשבונית? נמקו תשובתכם.

במידת הצורך פתרו את הבעיות במדרגה 1

מדרגה 1

נתונה סדרה חשבונית: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ שהפרשה d ונתונה סדרה חשבונית נוספת: $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ שהפרשה p .

1.1 האם הסדרה $a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3, \dots, a_n - b_n$ היא סדרה חשבונית? נמקו תשובתכם.

1.2 האם הסדרה $a_1^2, a_2^2, a_3^2, \dots, a_n^2$ היא סדרה חשבונית? נמקו תשובתכם.

פתרתם את הבעיות במדרגה 1? חזרו לבעיית המטרה, או, במידת הצורך, פתרו את הבעיות במדרגה 2



מדרגה 2

2.1 בחרו סדרה חשבונית: a_n , שהפרשה 5.

בחרו סדרה חשבונית נוספת: b_n , שהפרשה 7.

האם הסדרה החדשה: $(a_n)^2 - (b_n)^2$ היא סדרה חשבונית? נמקו תשובתכם.

2.2 נתונה סדרה חשבונית a_n : $a_1 = 5$, הפרש הסדרה d .

נתונה סדרה חשבונית נוספת b_n : $b_1 = 2$, הפרש הסדרה הוא $-d$.

האם הסדרה $a_1^2 - b_1^2, a_2^2 - b_2^2, a_3^2 - b_3^2, \dots, a_n^2 - b_n^2, \dots$ היא סדרה חשבונית?

אחרי שפתרתם את הבעיות במדרגה 2, פתרו את בעיית המטרה, או, במידת הצורך, פתרו את הבעיות במדרגה 3

מדרגה 3

3.1 לפניכם שלושה מקרים פרטיים של זוגות של סדרות חשבוניות (a_n, b_n) ,

לכל זוג בדקו האם הסדרה החדשה $(a_n)^2 - (b_n)^2$ היא סדרה חשבונית:

$a_n: 1, 3, 5, 7, \dots$	$a_n: 3, 6, 9, 12, \dots$	$a_n: 2, 7, 12, 17, \dots$
$b_n: -4, -2, 0, 2, \dots$	$b_n: 1, 2, 3, 4, \dots$	$b_n: 3, -2, -7, -12, \dots$

3.2 נתונה סדרה חשבונית: a_n , הפרש הסדרה הוא d ו- $a_1 = 5$. נתונה סדרה חשבונית נוספת: b_n , הפרש הסדרה הוא d ו- $b_1 = 2$.

מגדירים סדרה חדשה: $c_n = (a_n - b_n) \cdot (a_n + b_n)$

בטאו את שלושת האיברים הראשונים של הסדרה c_n בעזרת d . האם תוכלו להניח כי סידרה זו חשבונית? נמקו תשובתכם.

אחרי שפתרתם את הבעיות במדרגה 3 פתרו את בעיית המטרה