

## פעולות על פונקציה

ייצוג גרפי של פונקציות מורכבות:  $-f(x), f(-x), |f(x)|, f^2(x), \sqrt{f(x)}, \frac{1}{f(x)}$

חומר לימוד:

י' / י"א

כיתה:

בעיית מטרה ושלוש מדרגות. ישנם יישומונים לבעיית המטרה ולכל אחת מהמדרגות.

מבנה המשימה:

תכונות של פונקציות: תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי חיוביות שליליות, נקודות קיצון וסוגן, תחומי עליה וירידה, אסימפטוטות מקבילות לצירים, נקודות אי-רציפות סליקות – "חורים". פונקציית ערך מוחלט, פונקציה נגדית, פונקציה הופכית, פונקציית השורש הריבועי. סרטוט גרפים.

ידע קודם:

גזרות של: פונקציית שורש ריבועי, פונקציית מנה, פונקציה מורכבת (לא הכרחי).

אין התייחסות מפורשת במשימה זו לנקודות פיתול.

אפשר להשתמש במשימה: בכיתה י"א, לאחר סיום הוראת החשבון הדיפרנציאלי.

מטרות לימודיות:

או בכיתה י' כהקדמה לחדו"א, אחרי שלומדים על פונקציה נגדית, פונקציה הופכית, פונקציית הערך המוחלט, פונקציית שורש ריבועי. ואחרי שלומדים על אסימפטוטות מקבילות לצירים – אין צורך בנגזרות לביצוע המשימה. אפשר להסתמך על תכונות של מספרים.

המשימה מתמקדת ביידע איכותני ולא בטכניקה של מציאת נגזרות ופתרון משוואות.

המשימה שמה דגש על:

○ הבנת התנהגות של פונקציה כתוצאה מהרכבות שונות. למשל: שיקוף באחד מן הצירים, הפעלה של ערך מוחלט על פונקציה נתונה, העלאה בריבוע, שורש ריבועי, פונקציה הופכית.

○ השונה והדומה בין הפעולות הנ"ל.

○ בדיקת המצב ההדדי בין פונקציה נתונה ובין הרכבה שלה כנ"ל

הגרף עליו יש לבצע פעולות הוא בעל אסימפטוטה אופקית ושתי אסימפטוטות אנכיות, שתי נקודות קיצון ושתי נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$ .

משימת המטרה:

למשימה ששה סעיפים. בכל סעיף יש לסרטט גרף, המתקבל כתוצאה מפעולה מסוימת על הגרף הנתון.

יש למיין את הגרפים השונים המתקבלים בבעיה בדרכים שונות.

המדרגות מאופיינות על ידי גרפים של פשוטים יותר.

לגרף הנתון יש אסימפטוטה אופקית אחת ואסימפטוטה אנכית אחת ושתי נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$

מדרגה 1:

לגרף הנתון יש אסימפטוטה אופקית אחת, שתי נקודות קיצון ונקודת חיתוך אחת עם הצירים.

מדרגה 2:

הגרף הוא פרבולה בעלת נקודת מקסימום ושתי נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$ .

מדרגה 3:

**שיטת הוראה:**

עבודה בזוגות. תלמידים המתקשים בסעיף מסוים בבעיית המטרה יכולים לעבור מדרגה ולפתור את אותו סעיף עבור פונקציה פשוטה יותר

**בכיתה:**

דיון כיתתי: הצגת דרכים שונות למיון הגרפים שהתקבלו על ידי התלמידים. לדוגמא: מיון לפי תחום הגדרה של הפונקציות, מיון לפי מספר נקודות קיצון של הפונקציות, מיון לפי תחומי חיוביות/שליליות של הפונקציות וכו'. רצוי להיעזר ביישומון המצורף.

**שיעורי הבית:**

השלמת המשימה במידת הצורך. ניתן לבקש מהתלמידים לפתור את המשימות במדרגות השונות.

**שימוש ביישומונים:**

לבעיית המטרה ולכל מדרגה יישומונים שונים בהתאם לפונקציה הנתונה.

בכל בעייה ובכל שלב השימוש ביישומונים הוא לצורך בדיקה, לאחר שתלמיד חשב על השאלה והגיע למסקנות הנידרשות. אם תלמיד טעה / או לא ידע, שימוש ביישומונים יכול לעזור לו, אבל חשוב שתלמיד ידע לנמק את תשובותיו לאחר שנעזר ביישומון.

**הערות נוספות למורה:**

בדיון בכיתה רצוי להבהיר שניתן להגיע לכל הגרפים הנדרשים ללא שימוש בנגזרת, יחד עם זאת רצוי לקשר ולהראות איך הנגזרת מספקת מידע אליו ניתן להגיע גם בעזרת שיקולים אחרים הקשורים לתכונות של מספרים.

יש לשים לב לנקודות אי-רציפות סליקות – "חורים" המתקבלות בפונקציה הופכית  $\frac{1}{f(x)}$  בנקודות בהן לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אנכית.

ניתן להתאים את המשימה לפונקציות שונות, ובכך לשנות את רמתה, וכן לאפשר תרגול נוסף לתלמידים הזקוקים לכך.

$$f(x) = \frac{2-x}{x^2-4x+5}, f(x) = 4 - \frac{4}{(x-2)^2}, f(x) = \frac{4x-4}{(x-2)^2}$$

$$f(x) = \frac{2}{9} \cdot (x-1) \cdot (4-x), f(x) = (x-2)^2$$

כמו כן ניתן להתאים את המשימה לפונקציות טריגונומטריות, לפונקציות מעריכיות, לוגריתמיות או לפונקציות שמכילות שורשים בהתאם לשלבי הלימוד המתאימים.

$$f\left(\frac{1}{x}\right), f^3(x)$$

ניתן להוסיף ולבקש לסרטט גם את הגרפים של הנגזרות בסעיפים השונים.